Mathematik

Serie A

Prüfungsdauer:	120 Minuten
Hilfsmittel:	Taschenrechner ohne CAS/Solver, nicht programmierbar Beigelegte Formelsammlung

Beachten Sie:

1. Unbelegte Resultate (fehlender Lösungsweg) werden nicht berücksichtigt.
2. Lösungsschritte werden bewertet.
3. Resultate müssen eindeutig und aussagekräftig dargestellt sein.
4. Als Schreibmaterial sind Bleistift und Rotstift nicht gestattet.
   (ausgenommen: grafische Darstellungen)

Name ....

Vornam ....

Kand.-Nummer .... Klasse ....

Übersicht

Seite	Aufgabe	Mögliche Punkte	Erzielte Punkte
2	Aufgabe 1	6	
3	Aufgabe 2	7	
4 - 6	Aufgabe 3	17	
7	Aufgabe 4	6	
8 - 9	Aufgabe 5	14	
10	Aufgabe 6	10	
11	Aufgabe 7	8	
12	Aufgabe 8	10	
13 - 14	Aufgabe 9	10	
15 - 16	Aufgabe 10	12	
	Total	**100**	
		Note	

Examinator/Examinatorin ....

Experte/Expertin ....

Notenskala

Punkte	0 – 4	5 – 14	15 – 24	25 – 34	35 – 44	45 – 54	55 – 64	65 – 74	75 – 84	85 – 94	95 – 100
Note	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6

Aufgabe 1

6 Punkte

Ermitteln Sie die Definitions- und die Lösungsmenge für folgendes Gleichungssystem. ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$)

$$(1) \quad \frac{x+3}{x+1} - \frac{y+2}{y-1} = 0$$

$$(2) \quad \frac{3y+2}{y} = \frac{3x+1}{x}$$

Aufgabe 2

7 Punkte

Tinas Eltern besitzen ein Auto im Wert von CHF 50'000.00, welches jährlich **linear** um CHF 3’000.00 abgeschrieben wird.

a) Bestimmen Sie die Gleichung der Abschreibungsfunktion für den Buchwert des Autos. (2)

b) Tina besitzt zurzeit CHF 17‘000.00. Wegen einer Ausbildung wird sie in den nächsten 2 Jahren nichts zur Seite legen können. Danach plant sie, CHF 6‘000.00 pro Jahr zu sparen. Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen für das Sparguthaben von Tina. (Zinsen und Zinseszinsen sind nicht zu berücksichtigen.) (3)

c) Nach wie vielen Jahren besitzt Tina genug Geld, um das Auto zum Buchwert zu kaufen? (2)

Aufgabe 3

17 Punkte

Bei einem Dorffest möchte der Veranstalter ein Käse-Fondue in sein Angebot aufnehmen. Für die Mischung stehen zwei Käsesorten zur Auswahl: ein würziger Bergkäse (x in kg) und ein cremiger Rahmkäse (y in kg).
Pro Person rechnet er mit 250 g Käsemischung. Das Fondue soll für mindestens 150 Personen reichen. Beim Rahmkäse liegt eine Abnahmeverpflichtung von mindestens 15 kg vor. Für eine ausgewogene Mischung soll der Bergkäse mindestens 30 % der Mischung ausmachen. Allerdings soll vom Bergkäse maximal doppelt so viel wie vom Rahmkäse verwendet werden.
Der Bergkäse kostet im Einkauf pro Kilogramm CHF 29.50, der Rahmkäse CHF 25.50. Für den Einkauf stehen maximal CHF 5'000.00 zur Verfügung.

a) Erstellen Sie das lineare Programm und die Zielfunktion für die minimalen Kosten **(ohne Grafik)**. (6)

b) Für ein anderes Dorffest wurden das lineare Programm und die Zielfunktion wie folgt angepasst: (7)

(1) $y \geq -x + 40$

(2) $y \geq 0.5x$

(3) $y \leq -\frac{3}{4}x + 60$

(4) $y \leq \frac{1}{4}x + 20$

$Zielfunktion: z = 30x + 20y$

Zeichnen Sie das entsprechende Planungspolygon mit Zielfunktion für die minimalen Kosten.

Verwenden Sie für die Skalierung des Koordinatensystems 5 Häuschen für 10 kg.

c) Wie viele Kilogramm von jeder Käsesorte müssen verwendet werden, um minimale Kosten zu erzielen? (2)

d) Wie hoch sind die minimalen Kosten pro Kilogramm Käsemischung? (2)

Aufgabe 4

6 Punkte

Ermitteln Sie die Definitions- und die Lösungsmenge für folgende Gleichung. ($\mathbb{G} = \mathbb{R}$)

$$x + \frac{1}{x-7} = \frac{100-14x}{2x-14}$$

Aufgabe 5

14 Punkte

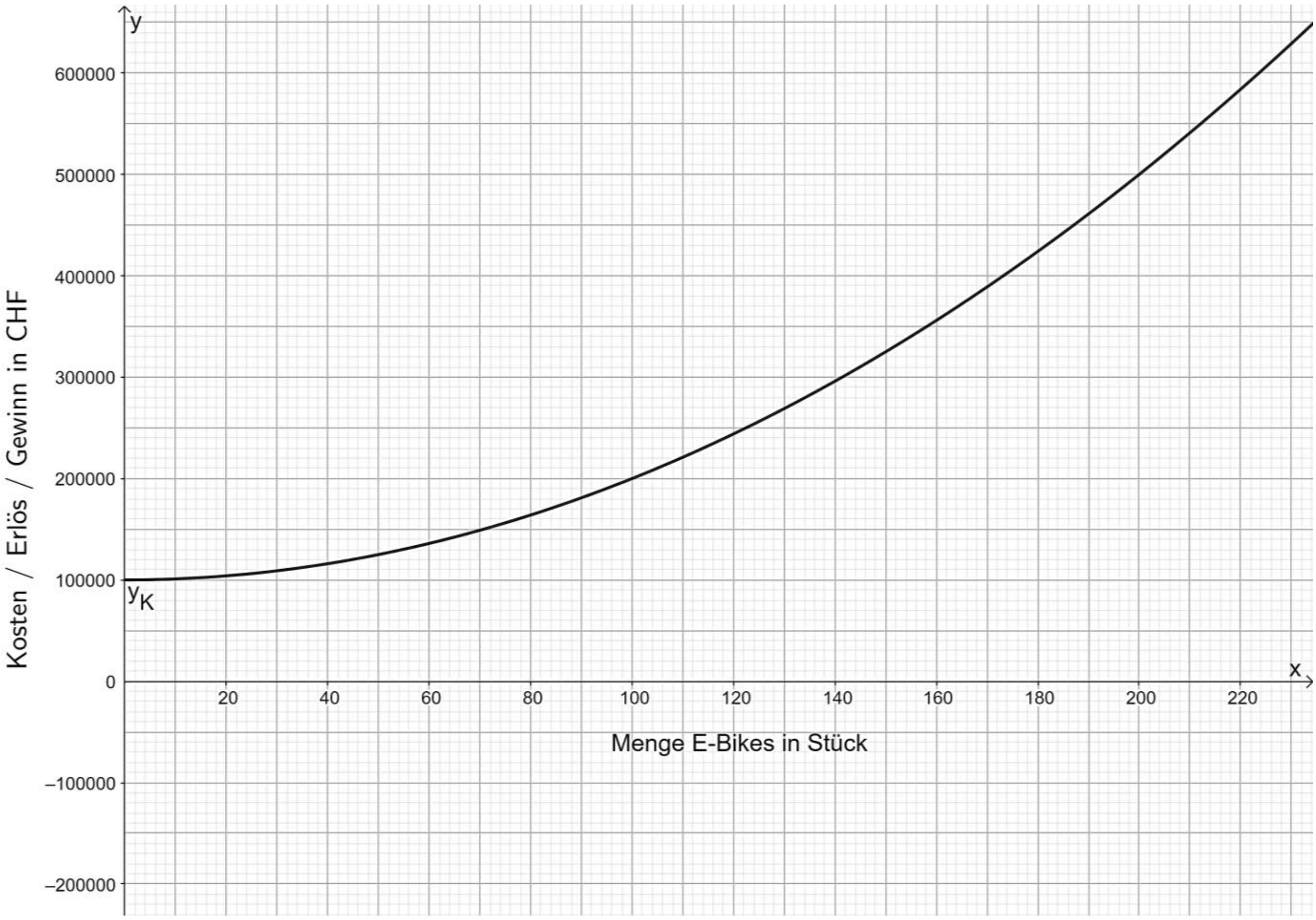
Ein Hersteller von E-Bikes kann das Modell Turbo für CHF 2'500.00 pro Stück verkaufen. Aufgrund von Lagerkosten verläuft die Kostenfunktion quadratisch: $y_K = 10x^2 + 100'000$

a) Bestimmen Sie die Erlös- und die Gewinnfunktion. (3)

b) In welchem Stückzahlenbereich kann mit einem Gewinn gerechnet werden? (2)

c) Bei welcher Stückzahl ist der Gewinn maximal und wie gross ist dieser? (2)

d) Stellen Sie den Sachverhalt (inklusive Gewinnschwellen und maximalem Gewinn) graphisch dar. (5)



e) Für welchen Betrag müsste ein E-Bike verkauft werden, damit bei der Produktion eine der Gewinnschwellen bei 500 Stück liegt? (2)

Aufgabe 6

10 Punkte

a) Wie gross muss der Zinssatz sein, damit ein Kapital in 34 Jahren um 50 % anwächst? Runden Sie das Resultat auf eine Dezimalstelle. (3)

b) Ein Geschäftsauto (Neuwert CHF 84‘000.00) wird mit 23 % pro Jahr degressiv abgeschrieben. Wie viele ganze Jahre dauert es, bis der Buchwert des Autos erstmals unter CHF 30‘000.00 fällt? (3)

c) Wie viel Geld muss Laura bei ihrer Pensionierung auf dem Sparkonto haben, damit sie 20 Jahre lang jeweils anfangs Jahr CHF 75‘000.00 beziehen kann? Das Kapital wird über die ganze Zeit mit einem Zinssatz von 4.65 % verzinst.
Runden Sie das Resultat auf ganze Franken. (4)

Aufgabe 7

8 Punkte

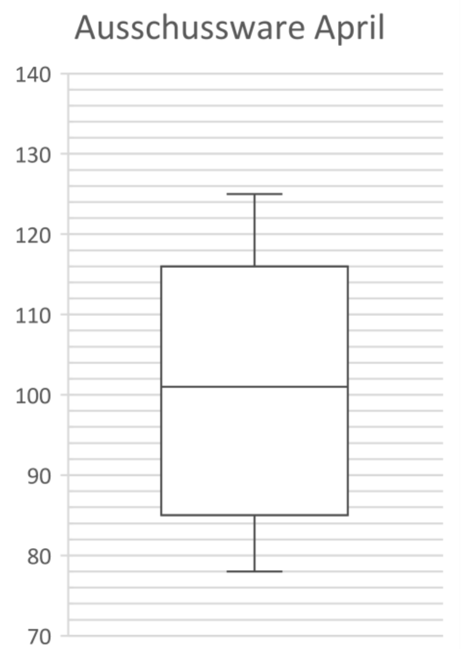
Eine Schokoladenfabrik erfasst täglich die Ausschussware (in kg). In den letzten 16 Tagen im Mai ergab dies folgende Messwerte:

74 / 81 / 81 / 82 / 87 / 87 / 87 / 93 / 95 / 98 / 98 / 101 / 103 / 120 / 124 / 129

a) Ermitteln Sie die folgenden Werte und tragen Sie diese in die Tabelle ein. (6)

Mittelwert	
Median	
Modus	
Spannweite	
1. Quartil	
3. Quartil	

b) Die Vergleichswerte aus dem Monat April sind im folgenden Boxplot dargestellt. (2)



Hat sich die Produktion im Mai bezüglich Ausschussware verbessert? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie relevante Grössen miteinander vergleichen.

Aufgabe 8

10 Punkte

Ermitteln Sie die Definitions- und die Lösungsmengen für folgende Gleichungen. ($\mathbb{G} = \mathbb{R}$)

a) $2\sqrt{x+3} + 5 = x$ (7)

b) $5 \cdot 5^x = 2 \cdot 2^x$ (3)

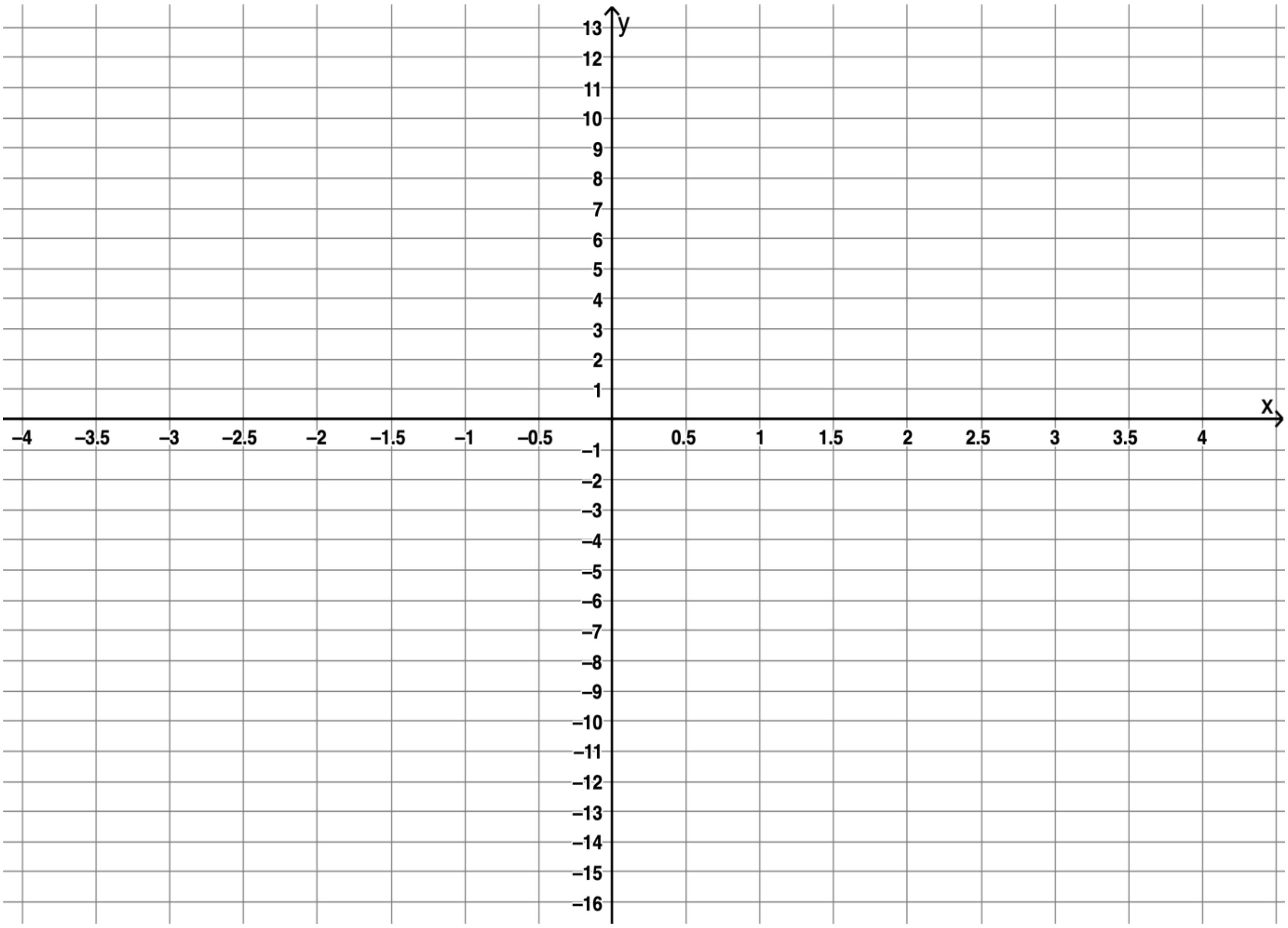
Aufgabe 9

10 Punkte

Gegeben ist folgende Funktion $f\colon y = 0.5x^3 - 2$

a) Berechnen Sie allfällige Schnittpunkte mit den beiden Koordinatenachsen. (2)

b) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f in das vorgegebene Koordinatensystem. (4)



c) Berechnen Sie allfällige Schnittpunkte der Funktion f mit der Geraden $g: y = -34$. (2)

d) Ermitteln Sie die Umkehrfunktion f^{-1} und stellen Sie diese in der Form $y =\ldots$ dar. (2)

Aufgabe 10

12 Punkte

Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich.

a) $\dfrac{a}{a+2}+\dfrac{6}{a-2}-\dfrac{8}{a^2-4}$ (3)

b) $\dfrac{\dfrac{a}{2b}-\dfrac{1}{2}}{1-\dfrac{a}{b}}$ (3)

c) $\dfrac{\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a \cdot \sqrt{a}}}{\sqrt[4]{a}}$ (3)

d) $log_a(b) + log_a(a-b) - log_a(ab-b^2)$ (3)